

İTÜ



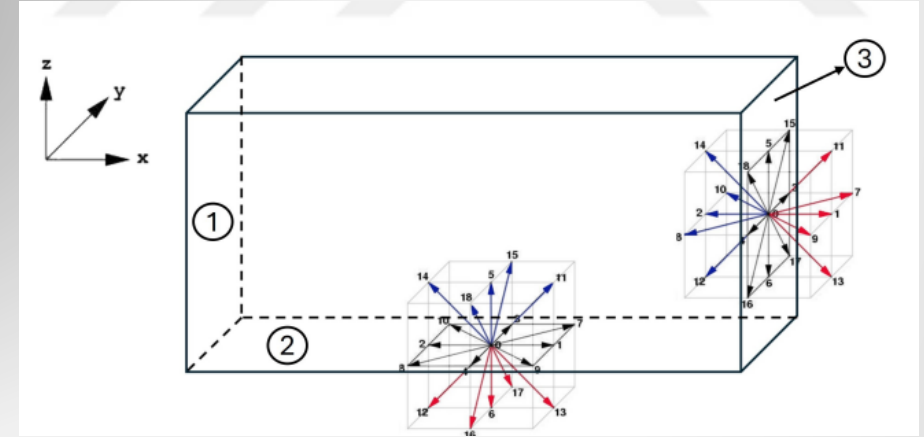
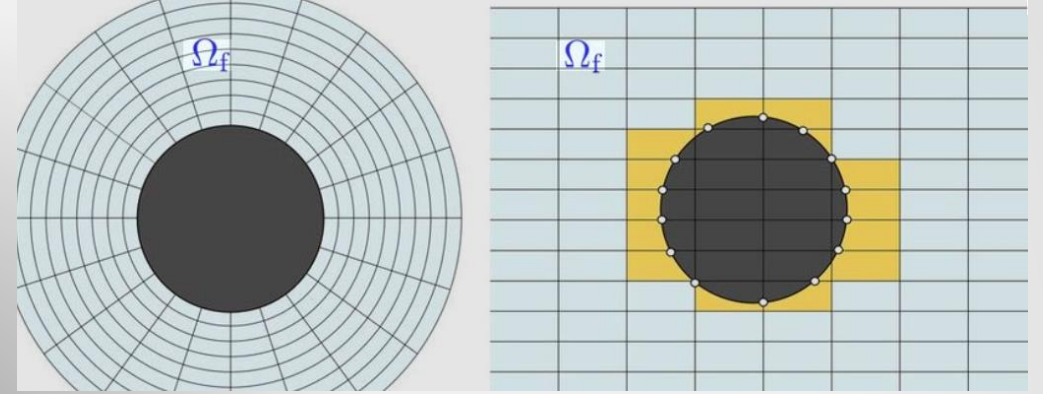
TÜBİTAK

C EURO^{4SEE}

Lattice Boltzmann Metodu'na Giriş
Alihan Atilla Çınar, Burakhan Şüküroğlu
İstanbul Teknik Üniversitesi

LBM ile hesaplamalı alanın oluşturulması

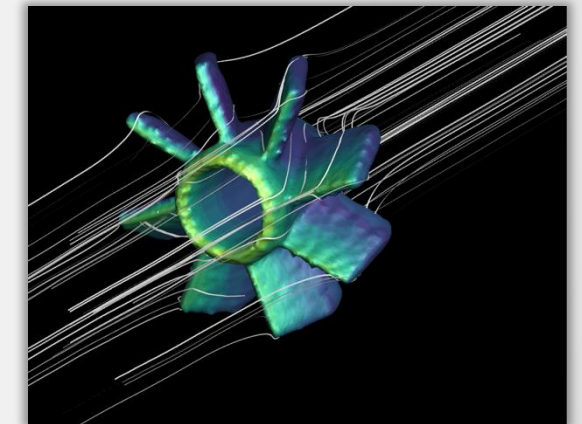
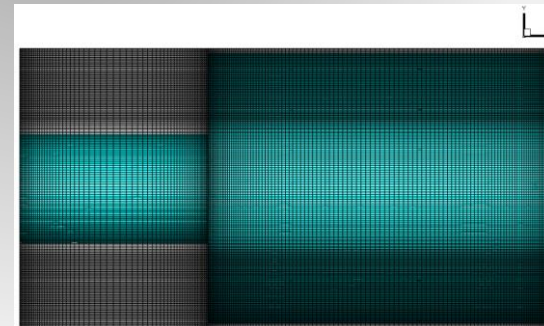
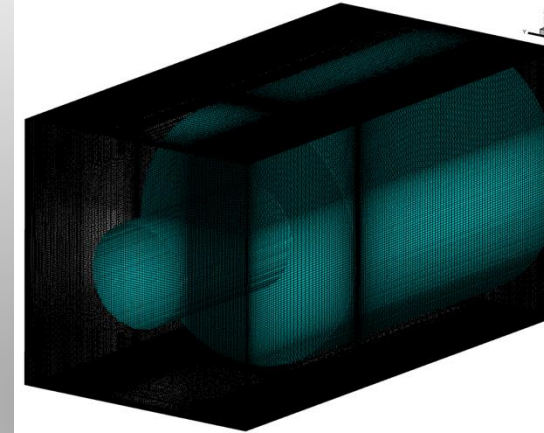
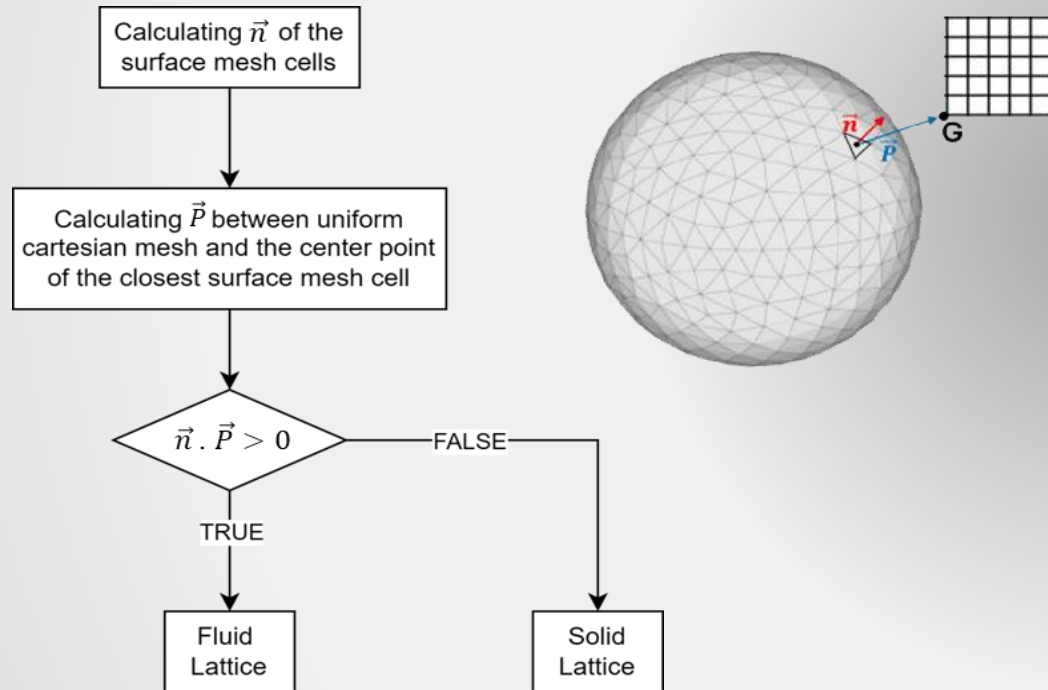
- ❖ Lattice Boltzmann yöntemi, temelinden kaynaklı olarak düzgün ağ yapıları için uygun bir yöntemdir.
- ❖ LBM body-Fitted grid yapıları için uygun değildir.
- ❖ İlgili geometri, düzgün bir ağ yapısı içerisinde gömülü olarak oluşturulmalıdır.
- ❖ Çözüm integrasyonu parçacık dağılım fonksiyonu üzerinden yapılmaktadır. Bu sebeple sınır şartlarının uygulanması zordur.
- ❖ Parçacık hareketlerinin sınırlı olmasından dolayı, uzay-hız alanı ayrıklaştırılmamıştır.



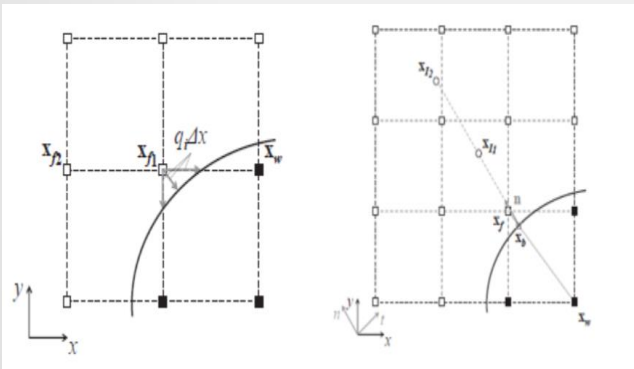
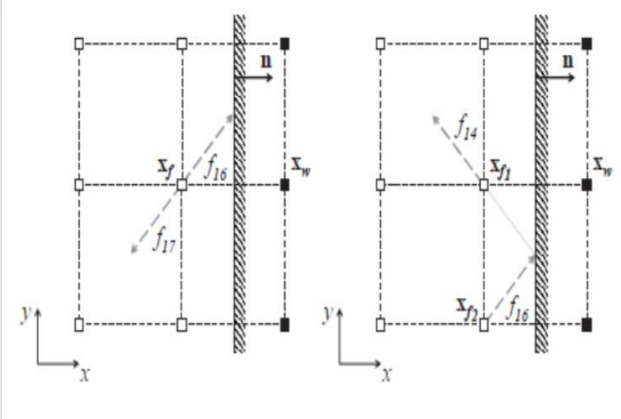
LBM'de Gömülü Sınır Şartı ve Geometri

Immersed Boundary Method

- ❖ Flow field & geometry must be flagged as **fluid** and **solid** lattices

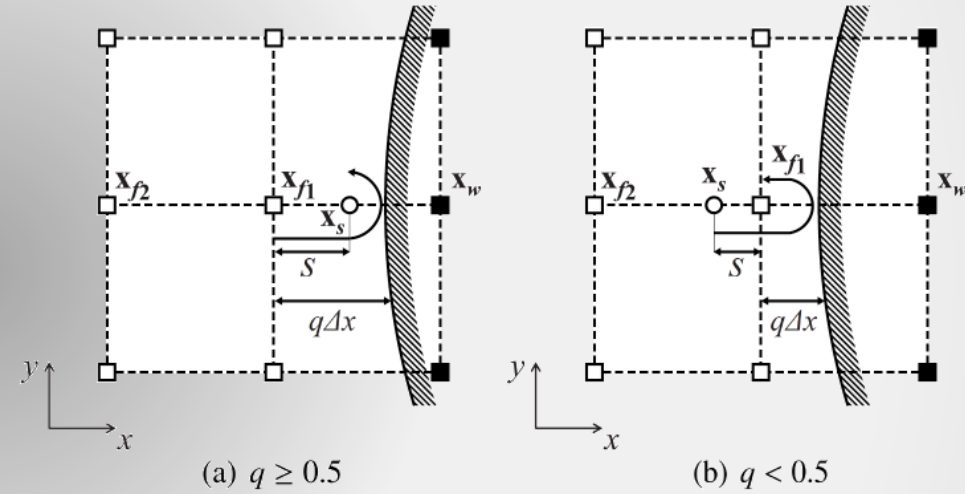


Sınır koşullarının uygulanması



Bounce Back Method

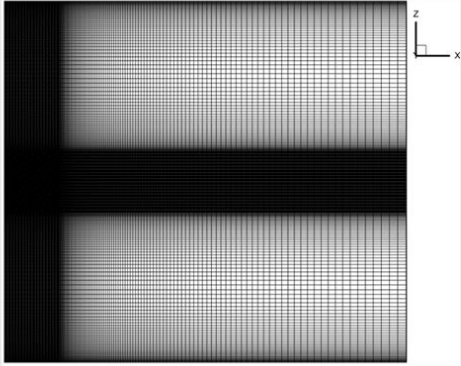
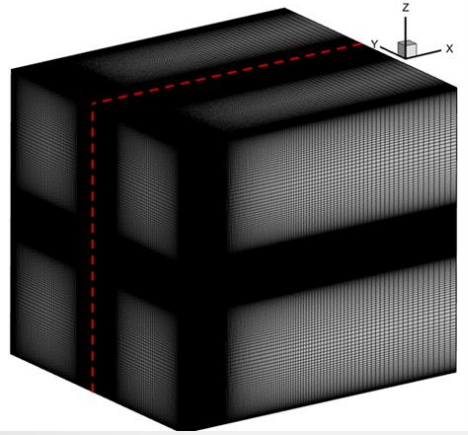
- ❖ No-slip boundary condition must be satisfied with particle distribution functions



$$f_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) = \frac{1}{2\Delta} \tilde{f}(x_f, t) + \frac{2\Delta - 1}{2\Delta} \tilde{f}_{\alpha}(x_f, t) \quad \Delta \geq \frac{1}{2}$$

$$f_{\bar{\alpha}}(x_f, t + \delta t) = 2\Delta \tilde{f}(x_f, t) + (1 - 2\Delta) \tilde{f}_{\alpha}(x_f - e_{\alpha}, t) \quad \Delta < \frac{1}{2}$$

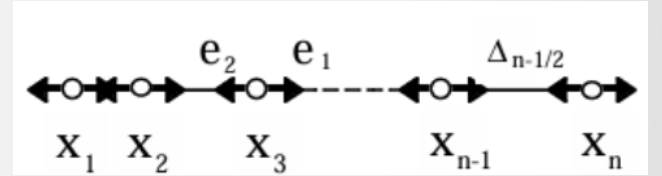
Düzgün Olmayan Ağ Yapısı



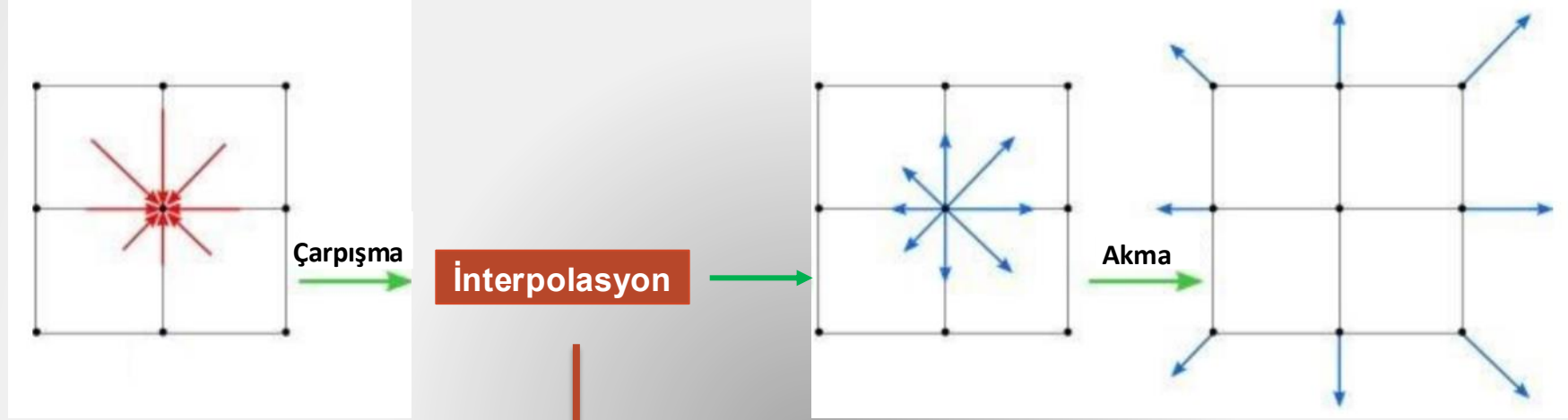
❖ Düzgün olmayan ağ yapısı

- Stratejik bölgede daha kaliteli mesh yapısı sağlar.
- Yüksek Reynolds sayılarında numerik stabilitenin sağlanmasına katkı sağlar.
- Hesaplama bütçesi açısından yararlıdır.
- Aynı problem, daha az kafes sayısı ile beraber çözülebilmektedir.

$$X(i) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tanh \left[SF_x \left(\frac{i}{MAXI} - \frac{1}{2} \right) \right]}{\tanh \left(\frac{SF_x}{2} \right)} \right]$$



Düzgün Olmayan Ağ Yapısının Çözüm İntegrasyonuna Katılması



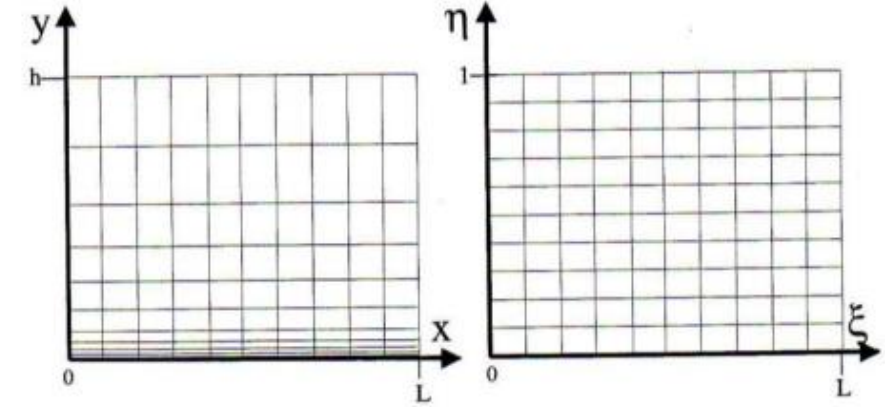
Akma ve çarpışma süreçlerine ek olarak interpolasyon adımı eklenir.

$$f_a(x_i, t + \delta_t) = \sum_{j=0}^n \prod_{k=0, k \neq j}^n \left(\frac{x_i - x_{i+k\gamma_a} - e_a \delta_t}{x_{i+j\gamma_a} - x_{i+k\gamma_a}} \right) f_a(x_{i+j\gamma_a} + e_a \delta_t, t + \delta_t)$$

Uniform
 $\Delta x = \Delta t = 1$

Stretched
 $\Delta x \neq \Delta t$

- Sonlu Hacimler Metodu düzgün ve düzgün olmayan ağ yapıları üzerinde uygulanabilir.
- Sonlu Farklar metodunda koordinat sistemi dönüşümü yapılmalıdır.



- LBM ile türbülanslı akış analizlerinde türevlere ihtiyaç duyuyoruz. Bu sebeple düzgün olmayan ağ yapısı kullanımı durumunda koordinat dönüşümleri önem kazanmaktadır.

$$x_i = x_i(\xi_j)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)$$

$$J = \det \left(\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{vmatrix}$$

